INSTITUCIÓN EDUCATIVA REPÚBLICA DE HONDURAS

Aprobada mediante Resolución No 033 del 21 de abril de 2003

SECUENCIA DIDÁCTICA No__1__

Generado por la contingencia del COVID 19

Título de la secuencia didáctica:	INECUACIONES		
Elaborado por:	DANIEL URAZAN		
Nombre del Estudiante:		**Grupo**:11	
Área/Asignatura	MATEMATICAS	**Duración:** 18 HORAS	

MOMENTOS Y ACTIVIDADES

EXPLORACIÓN

Para entender el concepto de inecuaciones es útil recordar la solución de ecuaciones ya que presenta similitud al momento de despejar las variables de cada problema, además es importante que recuerdes algunos casos de factorización.

Te encuentras con desigualdades matemáticas casi todos los días, pero tal vez no las notas porque te son familiares. Piensa en las siguientes situaciones: Límites de velocidad en la autopista, pagos mínimos en las tarjetas de crédito, el número de mensajes de texto que puedes enviar desde tu celular cada mes, el tiempo que te toma llegar a la escuela. Todas estas pueden ser representadas como desigualdades matemáticas. Y, de hecho, usas pensamiento matemático cuando consideras éstas situaciones cada día.

Situación	Desigualdad Matemática
Límite de velocidad	Velocidad legal en la autopista ≤ 65 millas por hora
Tarjeta de crédito	Pago mensual≥ 10% de tu balance en el ciclo de tu factura
Mensajes de texto	Número de mensajes permitido al mes ≤ 250
Tiempo de viaje	Tiempo necesario para caminar hasta la escuela l ≥ 18 minutos

Las desigualdades, al igual que las igualdades pueden ser ciertas o falsas, así,
Cuando estás resolviendo o construyendo estas desigualdades, es importante saber qué símbolo de desigualdad vas a usar. Mira las siguientes frases que te darán una pista:

Frase	Desigualdad
"*a* es más que *b*"	$a > b$
"*a* es por lo menos *b*"	$a \geq b$
"*a* es menos que *b*"	$a < b$
"*a* es por lo menos *b*;" o "*a* no es más que *b*"	$a \leq b$

Sin embargo, muchos problemas no usan precisamente las palabras "por lo menos" o "es menos que". Entonces, ¿cómo saber qué símbolo usar en cierta situación?

La clave consiste en pensar en el contexto del problema, y relacionar el contexto a una de las situaciones enlistadas en la tabla. El *contexto* se refiere a la situación cotidiana en la cual se desenvuelve el problema.

INECUACIONES.

Para entender las inecuaciones primero debemos tener claro el concepto de desigualdad.

Desigualdad: se llama desigualdad a toda relación entre expresiones numéricas o algebraicas unidas por uno de los cuatro signos de desigualdad, $<,\ >,\ \leq,\ \geq$

Por ejemplo:

$4+6<10$; $(x-1)\cdot(x-2)\geq 0$; $1+4<8$, etc....

Las desigualdades en las que interviene una variable se denominan inecuaciones.

PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES:

Se denominan también transformaciones de equivalencia.

- **Suma:** si a los dos miembros de una desigualdad se les suma o resta una misma expresión o cantidad, la desigualdad no varía:
  - $a < b \Rightarrow a + c < b + c$
- **Transposición:** consiste en restar a ambos miembros de la desigualdad una misma cantidad, pero de modo que uno de los términos de uno de los miembros desaparezca del mismo y aparezca en el otro miembro:
  - $\underbrace{a + b > c}_{\text{Origen}} \Rightarrow a + b - b > c - b \Rightarrow \underbrace{a > c - b}_{\text{Transposición}}$
- **Producto:** Si se multiplican los dos miembros de una desigualdad por una cantidad positiva, la desigualdad no varía, pero si la cantidad es negativa, entonces cambia el sentido de la desigualdad:
  - $a < b \Rightarrow -a > -b$, al multiplicar por una cantidad negativa cambia el sentido de la desigualdad.
  - $a > b,\ c > 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$, si la cantidad es positiva se conserva el sentido original de la desigualdad.
- **Simplificación:** si se dividen los dos miembros de una desigualdad por una cantidad no negativa y distinta de cero, la desigualdad no varía:
  - $a \cdot c \geq b \cdot c,\ y\ \ c > 0 \Rightarrow \frac{a \cdot \cancel{c}}{\cancel{c}} \geq \frac{b \cdot \cancel{c}}{\cancel{c}} \Rightarrow a \geq b$
  - $\begin{cases} -a \leq b \Rightarrow a \geq -b \text{, ya que } -2 \leq 3 \Rightarrow 2 \geq -3 \\ -a \leq b \Rightarrow -7 \cdot a \leq 7 \cdot b \Rightarrow \frac{-7 \cdot a}{-7} \geq \frac{7 \cdot b}{-7} \Rightarrow a \geq -b \end{cases} \Rightarrow$,

    Si el divisor es negativo entonces cambia el sentido de la desigualdad.

INECUACIONES: son desigualdades en las que se encuentra presente en uno cualquiera de los miembros, o en ambos, una o más variables, o incógnitas. Una inecuación se verifica solo para algunos valores de las variables.

- Los valores numéricos para los cuales se verifica la desigualdad son las soluciones de la misma.
- Resolver una inecuación consiste en hallar los valores numéricos para los cuales la desigualdad es verdadera.

INECUACIONES EQUIVALENTES, son aquellas que tienen las mismas soluciones.
Para hallar inecuaciones equivalentes debemos aplicar los principios de equivalencia:

- Si sumamos o restamos a los miembros de una inecuación una misma cantidad o expresión algebraica, la inecuación que resulta es equivalente a la dada.
- Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una inecuación por una misma cantidad positiva y no nula, la inecuación que resulta es equivalente a la dada.
- Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una inecuación por una misma cantidad negativa, la inecuación que resulta es de sentido contrario a la dada.
  Ejemplo:

A. $x - 2 \leq 3x - 5 \Rightarrow x - 2 - x + 5 \leq 3x - 5 - x + 5 \Rightarrow 3 \leq 2x$, es una inecuación equivalente a la primera.

B. $\frac{3}{2}x + 1 > 2x - \frac{4}{3} \Rightarrow 6 \cdot \left(\frac{3}{2}x + 1\right) > 6 \cdot \left(2x - \frac{4}{3}\right)$, operando nos queda, $9x + 6 > 12x - 8$, que es equivalente a la dada, y por último $-9x - 6 < -12x + 8 \Rightarrow 12x - 9x < 8 + 6$, y de ahí pasaríamos a otras inecuaciones equivalentes hasta llegar a la solución, en este caso $3x < 14 \Rightarrow x < \frac{14}{3}$, que es la solución, es decir, todos los valores de la variable menores que catorce tercios.

INECUACIONES DE PRIMER GRADO: son aquellas en las que las variables que intervienen están elevadas a un exponente igual a la unidad.

INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA, tienen por expresión general $ax + b < 0$, y todas sus equivalentes.

$ax + b \leq 0$; $ax + b > 0$; $ax + b \geq 0$.

- **Ejemplos:**
  - **E1.-** $99x - 109 \leq 0 \Rightarrow x \leq \frac{10}{99} \Rightarrow \forall x \in \left(-\infty, \frac{99}{109}\right]$, es decir, se cumple para todo valor de la variable x menor o igual que noventa y nueve cientonueveavos.
  - **E2.-** $17x - 15 > 0 \Rightarrow x > \frac{15}{17} \Rightarrow \forall x \in \left(\frac{15}{17}, \infty\right)$, es decir, se cumple para todo valor de la variable estrictamente mayor que quince diecisieteavos.

- Luego para resolver una inecuación se sigue un proceso similar al de resolver ecuaciones.
  Tener presente que cuando es mayor igual o menor igual el intervalo ira entre corchetes, mientras si solo es menor o mayo solamente se representa con un paréntesis

- **Método analítico**:

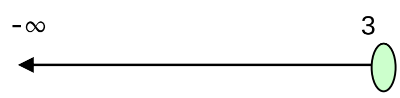
- Para **resolver una inecuación de primer grado**, lo primero que hay que hacer es llegar a obtener la expresión general de una inecuación de 1[er] grado del apartado anterior aplicando los principios de equivalencia y los fundamentos del cálculo en general:
  - Quitar paréntesis si los hubiera. Para ello aplicar la propiedad distributiva del producto respecto a la suma.
  - Quitar denominadores si los hubiera. Para ello reducir ambos miembros a común denominador.
  - Reducir términos semejantes en ambos miembros.
  - Pasar a un miembro los términos que contengan la variable y al otro los que no la contengan, y volver a reducir términos. (Aplicar los principios de equivalencia de inecuaciones)
  - Despejar la variable. (Volver a aplicar los principios de equivalencia de modo que la variable quede aislada en el 1er miembro y con coeficiente la unidad,

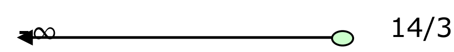
Ejemplos:

- $4x-7<x+2 \Rightarrow 4x-x<2+7 \Rightarrow 3x<9 \Rightarrow x<3 \Rightarrow \forall x \in (-\infty,3)$, la solución son todos los valores de la variable menores estrictamente que 3.
- $\frac{3}{2}x+1>2x-\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{9x+6}{6}>\frac{12x-8}{6} \Rightarrow 9x-12x>-8-6$, como nos queda la variable negativa debemos multiplicar ambos miembros por –1, así $-3x>-14 \Rightarrow 3x<14 \Rightarrow x<\frac{14}{3} \Rightarrow \forall x \in \left(-\infty,\frac{14}{3}\right)$, la solución son todos los valores de la variable estrictamente menores que catorce tercios.

MODO DE DAR LAS SOLUCIONES:

- **Por intervalos**, como en los ejemplos anteriores.
- **Gráficamente**, por su representación en la recta real.

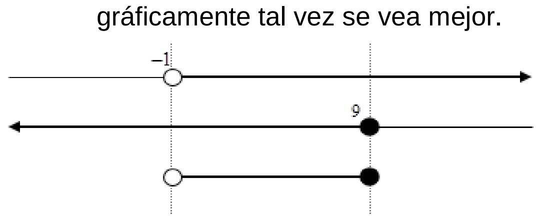
  En los casos anteriores sería:
  - E1. 

  - E2. 

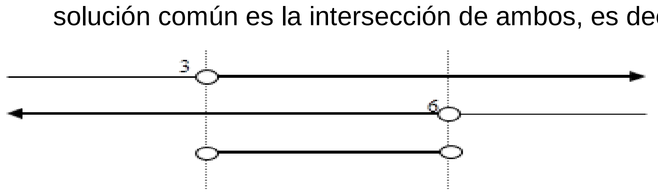
SISTEMAS DE INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA: son aquellos en los que la única variable que interviene en todas las ecuaciones está elevada a un exponente igual a la unidad.

- **Sistemas de dos ecuaciones, tienen por expresión general:**
  - $\begin{cases} a_1x<b_1 \\ a_2x<b_2 \end{cases}$ y todas sus equivalentes $\begin{cases} a_1x<b_1 \\ a_2x>b_2 \end{cases}$, $\begin{cases} a_1x\le b_1 \\ a_2x\ge b_2 \end{cases}$, etc. ...
- **Técnicas de resolución:** no existe más que un modo de resolverlos, independientemente del número de inecuaciones que compongan el sistema, se resuelve cada inecuación por separado, y al final se busca la solución en la intersección de todas ellas, es decir, el intervalo de solución común a todas.
  - **Ejemplos:**

❖ $\begin{cases} x+2>1 \\ 2x-5\le x+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x\le 9 \end{cases}$, los intervalos de solución son $(-1,\infty)$ para la primera y $(-\infty,9]$ para la segunda. Luego la solución común a ambas está en la intersección de ambos, es decir, en $(-1,9]$, gráficamente tal vez se vea mejor.



❖ $\begin{cases} 3x<2x+6 \\ 2x+6<4x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<6 \\ x>3 \end{cases}$, la primera tiene por solución el intervalo $(-\infty,6)$, y la segunda $(3,\infty)$, luego la solución común es la intersección de ambos, es decir $(3,6)$. Ver la solución gráfica.



❖ **INECUACIONES EN VALOR ABSOLUTO:** son aquellas en las que parte de la inecuación, o toda ella, viene afectada por el valor absoluto de la misma.

- **Expresión general:** $|ax+b| \le c$, o todas sus equivalentes $|ax+b| \ge c$, o $|ax+b| > c$, etc.…
- **Método de resolución:** aplicamos la definición de valor absoluto de una cantidad y pasamos a un sistema de dos ecuaciones cuya solución es la solución de la inecuación.
  - $|ax+b| \le c$ por definición $\begin{cases} ax+b \le c \\ -(ax+b) \le c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax+b \le c \\ ax+b \ge -c \end{cases}$, recuerda que al multiplicar los dos miembros de una desigualdad por una cantidad, negativa, cambia el sentido de la desigualdad.
  - **Ejemplos:**
    - **E1.-** $|2x-1| < 2 \Rightarrow \begin{cases} 2x-1<2 \\ -(2x-1)<2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x<3 \\ 2x-1>-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<\frac{3}{2} \\ x>\frac{-1}{2} \end{cases}$, para la primera la solución es el intervalo $\left(-\infty, 3/2\right)$ y para la segunda $\left(-1/2, \infty\right)$, la solución de la inecuación inicial será la intersección de ambos, es decir, el intervalo $\left(\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}\right)$.(REALIZA LA GRAFICA)

E2.- $\left|\frac{2x+1}{x-2}\right| \ge 5 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x+1}{x-2} \ge 5 \\ -\left(\frac{2x+1}{x-2}\right) \ge 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+1 \ge 5x-10 \\ 2x+1 \le -5x+10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le \frac{11}{3} \\ x \le \frac{9}{7} \end{cases}$, la solución de la primera es $\left(-\infty, 11/3\right]$ y la de la segunda $\left(-\infty, 9/7\right]$, la solución de la inecuación inicial es la intersección de ambas, ten en cuenta que $\frac{9}{7} < \frac{11}{3}$, luego es $\left(-\infty, \frac{9}{7}\right]$.

❖ **Inecuaciones factorizadas o de grado mayor que 1:** son inecuaciones en las que la variable está elevada a un exponente mayor que la unidad.

- **Expresión general:** son todas del tipo $ax^2+bx+c<0$, o bien cualquier otro polinomio de grado mayor y distinta desigualdad, por ejemplo mayor que u otra.
- **Método de resolución:** descomponer factorialmente el polinomio, aplicando cualquier caso de factorización o el método que consideres más apropiado o que mejor te resulte.
- **Ejemplos:**
  - $2x^2 < 3-5x$, pasamos todos los término a un único miembro, el que más te interese, en este caso lo haremos al primero, así:
- $2x^2+5x-3<0$, ahora descomponemos el polinomio que nos resulte, en este caso $2x^2+5x-3=0 \Rightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{25+24}}{4}=\begin{cases} x_1=\frac{1}{2} \\ x_2=-3 \end{cases} \Rightarrow \left(x-1/2\right)\cdot(x+3)$,

Pasamos a la inecuación $2\cdot\left(x-1/2\right)\cdot(x+3)<0$, que podemos leer como, ¿Cuándo el producto de dos números es negativo? Digo dos ya que el signo del factor 2 es siempre el mismo y positivo, no va a influir en el resultado final. La respuesta es cuando ambos tienen signos contrarios. ¿Cómo averiguar el signo de un binomio?
Una expresión de primer grado en x no es más que la ecuación de una recta, en este caso se trata de dos rectas $r_1 \equiv y = x-\frac{1}{2}$, y $r_2 \equiv y = x+3$. Sabemos, o deberíamos saber que si la pendiente de la recta es positiva ésta toma valores positivos a la derecha del punto de corte con el eje de abscisas, y negativos a su izquierda. En nuestro caso ambas tienen pendiente positiva, ¿Por qué? Porque el coeficiente de la x es precisamente la pendiente de la recta y ambos son positivos. Los puntos de corte con el eje de abscisas son los valores de x que hacen que y = 0, en nuestro caso son $1/2$ y -3, luego $\left(x-1/2\right)$ toma valores positivos a la derecha de $1/2$ y $(x+3)$ a la derecha de -3, así:
Luego la solución será el intervalo indicado, donde el signo del producto es negativo.

Como la desigualdad es estricta, el intervalo será abierto $\left(-3, 1/2\right)$.

E2.- $x^3-2x^2 \le -x^2+2x \Rightarrow x^3-x^2-2x \le 0$, descomponiendo factorialmente $x^3-x^2-2x = x\cdot(x^2-x-2) = x\cdot(x+1)\cdot(x-2)$, y pasamos a la inecuación $x\cdot(x+1)\cdot(x-2)\le 0$. En este caso tenemos tres factores, y por lo tanto, tres rectas a estudio. Haciendo lo mismo de antes:
Ahora la solución, además de los intervalos, por no ser una desigualdad estricta, debemos incluir los extremos de los mismos, así, la solución será

$(-\infty,-1]\cup[0,2]$. Desarrolla la respuesta gráficamente

❖ **Inecuaciones fraccionarias:** son inecuaciones en las que tenemos una fracción algebraica formando parte de la misma.

- **Expresión general:** son del tipo $\boxed{\frac{ax+b}{cx+d}\leq 0}$, o todas sus equivalentes $\frac{ax+b}{cx+d}\geq 0$, o $\frac{ax+b}{cx+d}<0$, etc.… y de grados mayores que uno.
- **Método de resolución:** descomponer factorialmente los polinomios numerador y denominador, el método que consideres más apropiado o que mejor te resulte. Una vez descompuestos **nunca simplificar** ya que podríamos perder soluciones. Posteriormente **se procede como con las inecuaciones de grado mayor que uno**, ya que se trata en el fondo de averiguar el signo final que va a tener un cociente de productos de binomios:
- **Ejemplos:**

❖ **E1.-** $\frac{x+2}{x\cdot(x-1)}>0$, en este caso ya tenemos el numerador y el denominador descompuesto en factores, solo hay que construir la tabla de los signos, así:
Al tratarse de una desigualdad estricta no se incluyen los límites o extremos de los intervalos en la misma, así pues la solución será $(-2,0)\cup(1,\infty)$

	-2	0	1
x	-	+	+
$x+2$	+	+	+
$x-1$	—	—	+
Producto	+	—	+
No es solución	Solución	No es solución	Solución

➢ sea la inecuación $\frac{1-x^2}{x+1}\geq 0 \Rightarrow \frac{(x+1)\cdot(1-x)}{(x+1)}\geq 0$, recuerda, no simplificar.

Como el segundo factor del numerador tiene la pendiente negativa cambian los signos respecto al punto de corte, así en este caso es todo al revés de antes, a la derecha negativa y a la izquierda positiva. La solución, por tratarse de una desigualdad no estricta, es $(-\infty,1]$.

	-1	1	
$x+1$	—	+	+
$x+1$	—	+	+
$1-x$	+	+	—
Producto	+	+	—
	solución	solución	No es solución

TRANSFERENCIA

Resolver las siguientes inecuaciones

a) $3-x<2+5x$

b) $1+x>2-3x$

c) $2\cdot(3x-3)>6$

d) $3\cdot(3-2x)<2\cdot(3+x)$

e) $2\cdot(x+3)+3\cdot(x-1)>2\cdot(x+2)$

f) $\frac{3x-3}{5}-\frac{4x+8}{2}\leq\frac{x}{4}-3x$

g) $2\cdot(3+x)\geq\frac{8+x}{3}$

h) $\frac{x+1}{2}-3x\leq\frac{1-5x}{3}+4$

I) $\frac{2x+3}{x-1}\leq 2$

j) $\frac{3x+1}{4}-\frac{1}{3}\leq\frac{3}{15}\cdot(3x+2)+\frac{4\cdot(1-x)}{3}$

k) $\dfrac{3-\frac{x}{3}}{3+\frac{1}{2}} - x \geq \dfrac{3x-\frac{5}{2}}{1-\frac{2}{3}} \Rightarrow$

1. Resolver las siguientes inecuaciones de grado mayor que uno o fraccionarias:
   - a) $-5x^2+3x+8<0 \Rightarrow$
   - b) $25x^2-101x+102<0 \Rightarrow$
   - c) $x\cdot(x+5)>2x^2 \Rightarrow$
   - d) $\dfrac{2x+5}{x-4} \geq 0 \Rightarrow$
   - e) $\dfrac{-5x-6}{3x-2} \leq 0 \Rightarrow$
   - f) $(81-x)\cdot(4-x)>x+11 \Rightarrow$
   - g) $(x-1)^2>9 \Rightarrow$
   - H) $\dfrac{(x-3)\cdot(x+3)\cdot x}{(2-x)\cdot(x+1)} \leq 0 \Rightarrow$

2. Resolver los siguientes sistemas de inecuaciones con una incógnita:

a) $\begin{cases} 2x-3>x-2 \\ 3x-7<x-1 \end{cases} \Rightarrow$

b) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{x}{5}<8 \\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{4x}{9}<5 \end{cases} \Rightarrow$

c) $\begin{cases} 2x-3\leq 3x+7 \\ \dfrac{2x}{5}-\dfrac{x}{4}\geq \dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow$

c) $\begin{cases} 2x-3\leq 3x+7 \\ \dfrac{2x}{5}-\dfrac{x}{4}\geq \dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow$

d) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{3}-\dfrac{x+3}{2}\leq x \\ \dfrac{4x-2}{4}-\dfrac{x-1}{3}\geq x \end{cases} \Rightarrow$

e) $\begin{cases} (x-1)^2-(x+3)^2\leq 0 \\ x-3\cdot(x-1)\geq 3 \end{cases} \Rightarrow$

Ahora intentemos llevar lo aprendido a problemas que se pueden presentar en la vida cotidiana :

- *Un camión de 18 ruedas se detiene sobre una balanza antes de pasar un puente. El peso límite del puente es de 65,000 libras. La cabina del camión pesa 20,000 libras, y la caja del camión pesa 12,000 libras cuando está vacía. En libras, ¿cuál es la carga que puede llevar el camión para que se le permita pasar el puente?*

  David ha encontrado tres pares de tenis para correr que le gustan, cuestan $150, $159, y $179. Ella ya tiene ahorrados $31, y tiene un empleo donde gana $8.50 la hora. ¿Cuántas horas debe trabajar para poder pagar cualquiera de los pares de tenis?

AUTOEVALUACIÓN	

1. ¿Qué aprendizajes construiste?
2. Lo qué aprendiste, ¿te sirve para la vida? ¿Si/no; por qué?
3. ¿Qué dificultades tuviste? ¿Por qué?
4. ¿Cómo resolviste las dificultades?
5. Si no las resolviste ¿Por qué no lo hiciste?
6. ¿Cómo te sentiste en el desarrollo de las actividades? ¿Por qué?

RECURSOS	COLOMBIAPRENDE CLASSROOM VIDEOS DE YOUTUBE Algebra baldor Santillana grado 11 correo electrónico : daniel.urazan@ierepublicadehonduras.edu.co código classroom: mvqmhtw WHATSAPP 3158963635
FECHA Y HORA DE DEVOLUCIÓN	De acuerdo a la programación institucional.